

2. リニアシステムの定格荷重と寿命式

リニアベアリング，リニアガイドの基本動定格荷重（ISO）算出の導き

ISOでは，一般の転がり軸受の基本動定格荷重算出式に，*Lundberg-Palmgren (1947)* 理論を用いておりますが，リニアボールベアリングにおいても同様に以下の実験式を用います。

$$\log \frac{1}{S} \propto \frac{\tau_0^e \cdot N^e}{Z_0^h} \cdot V \quad (1)$$

where: S : 信頼度

τ_0 : 最大せん断応力振幅

N : 剥離が生起するまでの総応力繰返し数 $\left[N = \frac{BRL}{l_s} \cdot u \cdot L \right]$

BRL : 基本定格寿命（日本規格）= 50km

u : ストローク l_s 時における応力繰返し数

l_s : 使用ストローク

V : τ_0 をうける応力体積

Z_0 : τ_0 が発生する表面からの深さ

c, e, h : 寿命のパラッキにおける式中使用する指数値

Lundberg-Palmgren と Hertz の理論から，転動体荷重 Q_c ($L=1$) は以下の式となります。

$$\frac{Q}{Dw^2} \cdot L^{\frac{3e}{c-h+2}} = A_1 \cdot \Phi \cdot Dw^{\frac{3(3-h)}{c-h+2}} \cdot \left[\frac{l_s}{BRL} \right]^{\frac{3e}{c-h+2}} \quad (2)$$

$$\therefore Q_c = A_1 \cdot \Phi \cdot Dw^{\frac{2c+h-5}{c-h+2}} \cdot \left[\frac{l_s}{BRL} \right]^{\frac{3e}{c-h+2}} \quad (3)$$

c, e, h は以下の値を使います。

$$c = \frac{31}{3}; \quad e = \frac{10}{9}; \quad h = \frac{7}{3}$$

$$\therefore Q_c = A_1 \cdot \Phi \cdot Dw^{1.8} \cdot \left[\frac{l_s}{BRL} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4)$$

A_1 は Lundberg-Palmgren が求めた材料定数値で，基本定格寿命は，日本規格とします。

$$A_1 = 1100 \text{ N}\cdot\text{mm}, \quad BRL \text{ (Basic Rating Life)} = 50\text{km}$$

接触幾何係数 Φ_o (外筒，キャリッジ) と Φ_s (軸，レール) は以下の式より導かれます。

$$\Phi_o = \pi^{\frac{1}{w}} \cdot \frac{\omega_o}{[1+F_{(b/a)}]^{2.1}} \cdot \frac{1}{(Dw \cdot \Sigma \rho)^{2.1}} \cdot \left[\frac{u_o^e D_{no}}{Dw} \right]^{-\frac{1}{w}} \quad \text{where: } Dw \cdot \Sigma \rho = \frac{4}{1+F_{(b/a)}} \quad (5)$$

$$\Phi_s = \pi^{\frac{1}{w}} \cdot \frac{\omega_s}{[1+F_{(b/a)}]^{2.1}} \cdot \frac{1}{(Dw \cdot \Sigma \rho)^{2.1}} \cdot \left[\frac{u_s^e D_{ns}}{Dw} \right]^{-\frac{1}{w}} \quad \text{where: } Dw \cdot \Sigma \rho = \frac{4}{1+F_{(b/a)}} \cdot \frac{1}{1-\frac{Dw}{Dpw}} \quad (6)$$

リニアベアリング (ボールプッシュ)

$$\omega_o \approx \Omega^{-0.50} = \left[1 + \frac{Dw}{Dpw} \right]^{0.50} \quad \Phi_o = 0.0767 \left[1 + \frac{Dw}{Dpw} \right]^{0.50} \left[\frac{u_o^e D_{no}}{Dw} \right]^{-\frac{1}{w}} \quad (7)$$

$$\omega_s \approx \Omega^{-0.70} = \left[1 - \frac{Dw}{Dpw} \right]^{-0.70} \quad \Phi_s = 0.0767 \left[1 - \frac{Dw}{Dpw} \right]^{1.40} \left[\frac{u_s^e D_{ns}}{Dw} \right]^{-\frac{1}{w}} \quad (8)$$

リニアガイド（ボールガイド）

$$\omega \approx 1.3\Omega^{-0.41} = 1.3 \left[\frac{2ra}{2ra - Dw} \right]^{0.41} \quad \Phi = \Phi_o = \Phi_s = 0.0997 \left[\frac{2ra}{2ra - Dw} \right]^{0.41} \left[\frac{u_o \cdot D_{no}}{Dw} \right]^{-\frac{1}{w}} \quad (9)$$

ボールブッシュ転動体荷重 Q_{co} （外筒）と Q_{cs} （軸），ボールガイド Q_c は以下の式より求められます。

リニアベアリング（ボールブッシュ）

$$\therefore Q_{co} = 22.9 \cdot \left[1 + \frac{Dw}{Dpw} \right]^{0.50} \cdot Dw^{2.1} \cdot (ls)^{\frac{1}{p}} \cdot [u_o \cdot D_{no}]^{-\frac{1}{w}} \quad (10)$$

$$\therefore Q_{cs} = 22.9 \cdot \left[1 - \frac{Dw}{Dpw} \right]^{1.40} \cdot Dw^{2.1} \cdot (ls)^{\frac{1}{p}} \cdot [u_s \cdot D_{ms}]^{-\frac{1}{w}} = K_{cs} (lt)^{-\frac{1}{w}} \cdot (2\kappa Dw)^{\frac{1}{p}} \left[\frac{ls}{lt} \right]^{\frac{1}{p}} \left[\frac{ls}{lt} - \frac{e-1}{e+1} \right]^{-\frac{1}{w}} \quad (11)$$

リニアガイド（ボールガイド）

$$\therefore Q_{co} = 29.8 \cdot \left[\frac{2ra}{2ra - Dw} \right]^{0.41} \cdot Dw^{2.1} \cdot (ls)^{\frac{1}{p}} \cdot [u_o \cdot D_{no}]^{-\frac{1}{w}} \quad (12)$$

$$\therefore Q_{cs} = 29.8 \cdot \left[\frac{2ra}{2ra - Dw} \right]^{0.41} \cdot Dw^{2.1} \cdot (lt)^{-\frac{1}{w}} \cdot (2\kappa Dw)^{\frac{1}{p}} \left[\frac{ls}{lt} \right]^{\frac{1}{p}} \left[\frac{ls}{lt} - \frac{e-1}{e+1} \right]^{-\frac{1}{w}} \quad (13)$$

ここで簡素化するため，以下のような係数を定めます。

リニアベアリング（ボールブッシュ）

$$K_{co} = 22.9 \cdot \left[1 + \frac{Dw}{Dpw} \right]^{0.50} \cdot Dw^{2.1} \quad (14)$$

$$K_{cs} = 22.9 \cdot \left[1 - \frac{Dw}{Dpw} \right]^{1.40} \cdot Dw^{2.1} \quad (15)$$

リニアガイド（ボールガイド）

$$K_c = 29.8 \cdot \left[\frac{2ra}{2ra - Dw} \right]^{0.41} \cdot Dw^{2.1} \quad (16)$$

$$\text{where: } u_o = \frac{ls}{2\kappa Dw} \quad u_s = \frac{lt}{2\kappa Dw} \quad D_{no} = lt \quad (17)$$

$$ls = 2 \cdot lt \quad e = \frac{10}{9} \quad w = \frac{10}{3} \quad p = 3$$

以上より簡素化された転動体荷重計算式は，以下ようになります。

リニアベアリング（ボールブッシュ）

$$\therefore Q_{co} = K_{co} \cdot lt^{-0.3} \cdot (2\kappa Dw)^{\frac{1}{3}} \quad (18)$$

$$\therefore Q_{cs} = K_{cs} \cdot lt^{-0.3} \cdot 1.032 \cdot (2\kappa Dw)^{\frac{1}{3}} \quad (19)$$

リニアガイド（ボールガイド）

$$\therefore Q_{co} = K_c \cdot lt^{-0.3} \cdot (2\kappa Dw)^{\frac{1}{3}} \quad (20)$$

$$\therefore Q_{cs} = K_c \cdot lt^{-0.3} \cdot 1.032 \cdot (2\kappa Dw)^{\frac{1}{3}} \quad (21)$$

$$L = \left[\frac{C}{Fr} \right]^3 = \left[\sum_{j=1}^J \left\{ \left[\frac{Q_{co}}{F_{ej}} \right]^{-\frac{10}{3}} + \left[\frac{Q_{cs}}{F_{ej}} \right]^{-\frac{10}{3}} \right\} \right]^{-\frac{9}{10}} \quad (22)$$

$$\therefore C = \left[\sum_{j=1}^J \left\{ \left[\frac{Q_{co}}{F_{ej}} \right]^{-\frac{10}{3}} + \left[\frac{Q_{cs}}{F_{ej}} \right]^{-\frac{10}{3}} \right\} \right]^{-\frac{3}{10}} \cdot Fr = \left[Q_{co}^{-\frac{10}{3}} + Q_{cs}^{-\frac{10}{3}} \right]^{-\frac{3}{10}} \cdot \left[\sum_{j=1}^J F_{ej}^{\frac{10}{3}} \right]^{-\frac{3}{10}} \cdot Fr \quad (23)$$

$$Fr = Zt \cdot P_{\max} \cdot \sum_{j=1}^J \{ \cos(j-1)\phi \}^{2.5} \quad F_{ej} = P_{\max} \cdot \{ \cos(j-1)\phi \}^{1.5} \quad (24)$$

$$\therefore C = \left[Q_{co}^{-\frac{10}{3}} + Q_{cs}^{-\frac{10}{3}} \right]^{-\frac{3}{10}} \cdot \frac{Fr}{\left[\sum_{j=1}^J F_{ej}^{-\frac{10}{3}} \right]^{\frac{3}{10}}} = \left[Q_{co}^{-\frac{10}{3}} + Q_{cs}^{-\frac{10}{3}} \right]^{-\frac{3}{10}} \cdot \frac{Zt \cdot P_{\max} \cdot \sum_{j=1}^J |\cos(j-1)\phi|^{2.5}}{P_{\max} \cdot \left[\sum_{j=1}^J |\cos(j-1)\phi|^5 \right]^{0.3}} \quad (25)$$

$$\therefore C = \left[Q_{co}^{-\frac{10}{3}} + Q_{cs}^{-\frac{10}{3}} \right]^{-\frac{3}{10}} \cdot Zt \cdot Ki \quad \text{where : } Ki = \sum_{j=1}^J |\cos(j-1)\phi|^{2.5} \cdot \left[\sum_{j=1}^J |\cos(j-1)\phi|^5 \right]^{-0.3} \quad (26)$$

from (18), (19)

$$\therefore C = Ki \cdot Zt \cdot lt^{-0.3} \cdot \left\{ (2\kappa Dw)^{-\frac{10}{9}} \cdot K_{co}^{-\frac{10}{3}} + (2\kappa Dw)^{-\frac{10}{9}} \cdot (1.032)^{-\frac{10}{3}} \cdot K_{cs}^{-\frac{10}{3}} \right\}^{-0.3} \quad (27)$$

from (14), (15) and $Zt = \frac{lt}{\kappa Dw} \quad \therefore \kappa Dw = \frac{lt}{Zt} \quad (28)$

リニアベアリング (ボールプッシュ)

$$C = Ki \cdot Zt \cdot lt^{-0.3} \cdot 22.9 \cdot (2\kappa Dw)^{\frac{1}{3}} \cdot Dw^{2.1} \cdot \left\{ \left[1 + \frac{Dw}{Dpw} \right]^{-1.67} + 0.91 \cdot \left[1 - \frac{Dw}{Dpw} \right]^{-4.67} \right\}^{-0.3} \quad (29)$$

$$= Ki \cdot lt^{\frac{1}{30}} \cdot Zt^{\frac{2}{3}} \cdot Dw^{2.1} \cdot 28.9 \cdot \left\{ \left[1 + \frac{Dw}{Dpw} \right]^{-1.67} + 0.91 \cdot \left[1 - \frac{Dw}{Dpw} \right]^{-4.67} \right\}^{-0.3}$$

リニアガイド (ボールガイド)

from (16), (20), (21) and $Zt = \frac{lt}{\kappa Dw} \quad \therefore \kappa Dw = \frac{lt}{Zt}$

$$C = \left[Q_{co}^{-\frac{10}{3}} + Q_{cs}^{-\frac{10}{3}} \right]^{-\frac{3}{10}} \cdot Zt \cdot i_t^{0.7} \cdot \cos \alpha = Zt \cdot i_t^{0.7} \cdot lt^{-0.3} \cdot (2\kappa Dw)^{\frac{1}{3}} \cdot Dw^{2.1} \cdot 29.8 \left(\frac{2ra}{2ra - Dw} \right)^{0.41} \left[1 + (1.032)^{-\frac{10}{3}} \right]^{-\frac{3}{10}} \cos \alpha \quad (30)$$

$$= lt^{\frac{1}{30}} \cdot i_t^{0.7} \cdot Zt^{\frac{2}{3}} \cdot Dw^{2.1} \cdot 30.9 \cdot \left(\frac{2ra}{2ra - Dw} \right)^{0.41} \cdot \cos \alpha$$

簡素化されたISO基本動定格荷重計算式 ISO14728-1(2004)

リニアベアリング (ボールプッシュ)

$$C = bm \cdot f_c \cdot Ki \cdot lt^{\frac{1}{30}} \cdot Zt^{\frac{2}{3}} \cdot Dw^{2.1} \quad (31)$$

$\lambda = 0.9 \quad bm = 1.3$ ISO idea

$$f_c = \lambda \cdot c_L \cdot 28.9 \cdot \left[0.91 \left[1 - \frac{Dw}{Dpw} \right]^{-4.67} + \left[1 + \frac{Dw}{Dpw} \right]^{-1.67} \right]^{-0.3} \quad (32)$$

$$Ki = \sum_{j=1}^J |\cos(j-1)\phi|^{2.5} \cdot \left[\sum_{j=1}^J |\cos(j-1)\phi|^5 \right]^{-0.3}$$

表1 Ki の値

i	3	4	5	6	7	8	9	10
Ki	1.000	1.000	1.104	1.329	1.531	1.681	1.807	1.948

$c_L = 1.0$ to 1.2

リニアガイド (ボールガイド)

$$C = bm \cdot f_c \cdot l t^{1/30} \cdot i_i^{0.7} \cdot Z_t^{2/3} \cdot D_w^{2.1} \cdot \cos \alpha \quad (33)$$

$\lambda = 0.9$ $bm = 1.3$ ISO idea

$$f_c = \lambda \cdot 30.9 \cdot \left(\frac{2ra}{2ra - D_w} \right)^{0.41} \quad (34)$$

ボールブッシュ, ボールガイドの基本静定格荷重 ISO14728-2(2004)

リニアベアリング (ボールブッシュ)

$$C_o = f_o \cdot k_{oi} \cdot Z_i \cdot D_w^2 \quad (1)$$

$$k_{oi} = \frac{\sum_{j=1}^{j=i} (\cos \phi_j)^{2.5}}{(\cos \phi_i)^{1.5}} \quad (2)$$

表1 k_{oi} 値

i	3	4	5	6	7	8	9	10
k_{oi}	1	1	1.106	1.354	1.612	1.841	2.052	2.284

表2 f_o 値

D_w/D_{pw}	f_o	D_w/D_{pw}	f_o	D_w/D_{pw}	f_o	D_w/D_{pw}	f_o
0.005	14.801	0.08	13.675	0.155	12.537	0.23	11.384
0.01	14.726	0.085	13.600	0.16	12.460	0.235	11.307
0.015	14.651	0.09	13.524	0.165	12.384	0.24	11.230
0.02	14.577	0.095	13.449	0.17	12.307	0.245	11.152
0.025	14.502	0.1	13.373	0.175	12.231	0.25	11.075
0.03	14.427	0.105	13.297	0.18	12.154	0.255	10.997
0.035	14.352	0.11	13.221	0.185	12.077	0.26	10.920
0.04	14.277	0.115	13.146	0.19	12.000	0.265	10.842
0.045	14.202	0.12	13.070	0.195	11.924	0.27	10.765
0.05	14.127	0.125	12.994	0.2	11.847	0.275	10.687
0.055	14.052	0.13	12.918	0.205	11.770	0.28	10.609
0.06	13.977	0.135	12.842	0.21	11.693	0.285	10.531
0.065	13.902	0.14	12.765	0.215	11.616	0.29	10.454
0.07	13.826	0.145	12.689	0.22	11.539	0.295	10.376
0.075	13.751	0.15	12.613	0.225	11.462	0.3	10.298

リニアガイド (ボールガイド)

$$C_o = f_o \cdot i_i \cdot Z_i \cdot D_w^2 \cdot \cos \alpha \quad (3)$$

表3 f_o 値

r_o/D_o	0.52	0.53	0.54	0.55	0.56	0.57	0.58	0.59	0.6
f_o	94.64	76.33	66.07	59.48	54.89	51.55	49.03	47.08	45.57